

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА

Лабораторная работа №3
студента 2 курса 1 группы
Пажитных Ивана Павловича

Преподаватель
Полещук Максим
Александрович

Минск 2016

1 Условие

В соответствии с вариантом построить кубический сплайн дефекта один для функции $f(x)$, заданной на интервале $[a, b]$ на равномерной сетке с $n + 1$ узлами. Значения функции и узлы сетки заданы с тремя значащими цифрами. Сплайн определить в следующем виде:

$$S_{3,1}^i = a_i + b_i * (x - x_i) + c_i * (x - x_i)^2 + d_i * (x - x_i)^3, x \in [x_{i-1}, x_i], i = \overline{1, n} \quad (1)$$

Для нахождения коэффициентов c_i решить систему линейных уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента по столбцу. В качестве граничных условий положить $S_{3,1}''(a) = f''(a), S_{3,1}''(b) = f''(b)$. Вывести коэффициенты всех полиномов сплайна с тремя значащими цифрами, значения абсолютной погрешности $|f(x) - S_{3,1}(x)|$ и оценку $(\frac{b-a}{n})^4 * \max|f^{(4)}(x)|$ с одной значащей цифрой. Для вычислений использовать тип float.

2 Вариант

$$x * (3^x + 1)^{-1}, x \in [-2, 2], n = 5 \quad (2)$$

3 Теория

Будем вычислять значения a_i, b_i, c_i, d_i последовательно по формулам:

$$\begin{cases} c_1 = S^{(2)}(a) = f^{(2)}(a), \\ h_{i-1} * c_{i-1} + 2 * (h_{i-1} + h_i) * c_i + h_i * c_{i+1} = 3(\frac{y_i - y_{i-1}}{h_i} - \frac{y_{i-1} - y_{i-2}}{h_{i-1}}), i = \overline{1, n-1}, \\ c_n = S^{(2)}(b) = f^{(2)}(b), \text{ где } h_i = x_i - x_{i-1}, y_i = f(x_i) \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} b_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{h_i} - \frac{1}{3} * h_i * (c_{i+1} + 2 * c_i), i = \overline{1, n-1}, \\ b_n = \frac{y_n - y_{n-1}}{h_n} - \frac{2}{3} * h_n * c_n \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} d_i = \frac{c_{i+1} - c_i}{3h_i}, i = \overline{1, n-1}, \\ d_n = -\frac{c_n}{3h_n} \end{cases} \quad (5)$$

$$a_i = y_{i-1}, i = \overline{1, n} \quad (6)$$

4 Отчет

коэффициент:	1	2	3	4	5	6
a	-1.8	-0.947	-0.243	0.157	0.253	
b	1.07	0.879	0.5	0.121	-0.0666	
c	0.0812	-0.131	-0.258	-0.258	-0.131	0.0812
d	-0.0528	-1.62e-16	0.0528	0.0886	-0.0338	

погрешность:	1	2	3	4	5
$ f(x) - S_{3,1}(x) $	0.001	0.05	0.08	0.07	0.03

$$(\frac{b-a}{n})^4 * \max|f^{(4)}(x)| = 30.3$$