**Лабораторная работа №3**

«Метод левой прогонки»

выполнил Пажитных Иван, 2-й курс, 1-я группа

**1) Постановка задачи**

 Необходимо найти решение системы линейных алгебраических уравнений вида Ах=b, где A- трёхдиагональная, квадратная матрица n-ого порядка, х и b – столбцы размеров n×1.

$$\left[\begin{matrix}a\_{00} a\_{01} 0&\cdots &0 | f\_{0}\\a\_{10} a\_{11 }a\_{12}&…&0 | f\_{1}\\\vdots &\ddots &\vdots \\0 0 0 &\cdots &a\_{n-1n-1}|f\_{n-1} \end{matrix}\right]$$

Предполагается, что det A=|A|≠0. Тогда решение системы существует и оно единственно.

**2)Алгоритм решения**

Введем следующие обозначения:

 $a\_{i,i-1}=-a\_{i}$ $i=\overbar{1,n-1}; b\_{i,i+1}=-b\_{i}, i=\overbar{0,n-2};a\_{ii}=c\_{i}, i=\overbar{0,n-1}.$

Вычисление неизвестных будем вести по следующим формулам:

$x\_{i+1}=ξ\_{i+1}x\_{i}+η\_{i+1}, i=\overbar{0,n-2}, x\_{0}=η\_{0}$, где

$$ξ\_{i}=\frac{a\_{i}}{c\_{i}-ξ\_{i+1}b\_{i}}, i=\overbar{n-2,1}, ξ\_{n-1}=\frac{a\_{n-1}}{c\_{n-1}}$$

$$η\_{i}=\frac{f\_{i}+η\_{i+1}b\_{i}}{c\_{i}-ξ\_{i}b\_{i}}, i=\overbar{n-2,0}, η\_{n-1}=\frac{f\_{n-1}}{c\_{n-1}} .$$

Для вычисления определителя мы воспользуемся формулой:

 det A=$c\_{0}\prod\_{i=1}^{n-1}(c\_{i}-ξ\_{i}a\_{i})$

**3) Листинг программы**

**for** i **in** range(n): # переименовываем переменный главной диагонали
 c.append(A[i][i])
a.append(0)
**for** i **in** range(n-1):
 a.append(-A[i+1][i]) # переименовываем переменный верхней диагонали
 b.append(-A[i][i+1]) # переименовываем переменный нижней диагонали
b.append(0)
alp = zeros(n)
bet = zeros(n)
x = zeros(n)
alp[n-1] = a[n-1]/c[n-1] # вычисляем начальные альфа и бета
bet[n-1] = f[n-1]/c[n-1]
**for** i **in** range(n-2, 0, -1):
 alp[i] = a[i]/(c[i]-b[i]\*alp[i+1])
 bet[i] = (bet[i+1]\*b[i]+f[i])/(c[i]-b[i]\*alp[i+1])
x[0] = (f[0]+bet[1]\*b[0])/(c[0]-alp[1]\*b[0]) # вычисляем первый x

**for** i **in** range(1, n):
 x[i] = alp[i]\*x[i-1]+bet[i]
det = np.prod([c[i]-a[i]\*alp[i] **for** i **in** range(n)]) # вычисление определителя

**4) Результат и его анализ**

Расширенная матрица коэффициентов *A|b*:

 [ 0.6897 -0.0908 0.0000 0.0000 0.0000 | 4.2108]

 [ 0.0944 1.0799 0.0000 0.0000 0.0000 | 4.6174]

 [ 0.0000 0.0000 0.8676 -0.2541 0.0000 | -5.8770]

 [ 0.0000 0.0000 0.0000 0.8531 -0.0363 | 2.7842]

 [ 0.0000 0.0000 0.0000 0.0182 1.0164 | 0.2178]

Диагональ а:

 [0, -0.0944, -0.0, -0.0, -0.0182]

Диагональ b:

 [0.0908, -0.0, 0.2541, 0.0363, 0]

Диагональ c:

 [0.6897, 1.0799, 0.8676, 0.8531, 1.0164]

Коэффициенты альфа:

 [ 0. -0.0874155 -0. -0. -0.01790634]

Коэффициенты бета:

 [ 0. 4.27576627 -5.81607733 3.27025309 0.21428571]

Вектор решений *x*:

 [ 6.5923072 3.69949644 -5.81607733 3.27025309 0.15572746]

Определитель матрицы *det (A\*A) (detA)*:

 0.555849530074

Вектор невязки *r*:

 [ 0.00000000e+00 8.88178420e-16 0.00000000e+00 0.00000000e+00

 0.00000000e+00]

Норма *||r||*:

 8.881784197e-16

Метод прогонки является прямым методом, его точность сопоставима с точностью метода Гаусса (кубические нормы векторов невязки имеют порядок 10^(-16)). Количество операций -порядка 8n, но метод прогонки можно применять только на трехдиагональных матрицах или на матрицах с диагональным преобладанием.