МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Домашняя работа №1
студента 2 курса 1 группы
Пажитных Ивана Павловича

Преподаватель
Дайняк Виктор Владимирович

Минск 2016

1 №1.8

$$\int_0^1 |x(t)|dt + max_{t\in[0;1]}|x'(t)|$$

1) $\int_0^1 |x(t)|dt + max_{t\in[0;1]}|x'(t)| = 0 \Leftrightarrow x = 0$

2) $\int_0^1 |\alpha x(t)|dt + max_{t\in[0;1]}|\alpha x'(t)| = |\alpha| \left(\int_0^1 |x(t)|dt + max_{t\in[0;1]}|x'(t)| \right)$

3) $\int_0^1 |x(t)+y(t)|dt + max_{t\in[0;1]}|x'(t)+y'(t)| \leq \int_0^1 |x(t)|dt + max_{t\in[0;1]}|x'(t)| + \int_0^1 |y(t)|dt + max_{t\in[0;1]}|y'(t)|$

2 №2.8

$$x_n(t) = \sqrt[n]{1+t^{2n}}, t \in [0;2]$$

$\forall$ fix $t \in [0;2] x_n(t) = \sqrt[n]{1+t^{2n}} \xrightarrow[n\to\infty]{} t^2 = a(t)$

$$||\mathrm{x}_n - a||_{C[0;2]} = max_{t\in[0;2]}|\sqrt[n]{1+t^{2n}} - t^2|$$

$(\sqrt[n]{1+t^{2n}} - t^2)' = \frac{1}{n}(1+t^{2n})^{\frac{1}{n}-1} * 2nt^{2n-1} - 2t = 2t^{2n-1} * (1+t^{2n})^{\frac{1}{n}-1} - 2t$

$2\mathrm{t}^{2n-1} * (1+t^{2n})^{\frac{1}{n}-1} - 2t = 0 \Rightarrow t_1 = 0, t_2 = 2$

$$|\sqrt[n]{1+t^{2n}} - t^2|_{t=0} = 1 \Rightarrow x_n t \text{ в C[0;2] не сходится к } a(t) = t^2$$

3 №3.8

$$x_n = \left(\frac{n}{1+n}, \frac{n}{1+2n}, \ldots, \frac{n}{1+kn}, \ldots \right)$$

$$x_n = \left(\frac{n}{1+n}, \frac{n}{1+2n}, \ldots, \frac{n}{1+kn}, \ldots \right) = \left(\frac{1}{\frac{1}{n}+1}, \frac{1}{\frac{1}{n}+2}, \ldots, \frac{1}{\frac{1}{n}+k}, \ldots \right) \Rightarrow$$

$\Rightarrow x_n$ покординатно сходится к $a = (1, \frac{1}{2}, \ldots, \frac{1}{k}, \ldots) a \notin l_5$, т.к. $\sum_{i=1}^{\infty} |\frac{1}{i}|^5 \Rightarrow x_n$ расходится в l_5